



# INSTITUTO BRASILEIRO DE ATUÁRIA



**11º EXAME DE ADMISSÃO - 8/6/16**

## LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES A SEGUIR:

Você recebeu do fiscal o seguinte material: um caderno com **30 questões** e um **cartão de respostas** personalizado para a prova objetiva. Observe no cartão de respostas se o **seu nome** e **CPF**, contidos no campo de identificação, conferem com os seus dados. **Assine e date no verso do cartão de respostas.**

### **ATENÇÃO!**

- 1- Verifique o número de questões e folhas de sua prova.
- 2- Marque na extremidade inferior do cartão de respostas o tipo de prova: **A. ATENÇÃO: MARQUE APENAS A LETRA "A"**.
- 3- O cartão de respostas não pode ser dobrado, amassado, rasurado, molhado, manchado, ter rabisco, rubrica, desenho, ou conter qualquer registro fora do local destinado à sua resposta, pois será inutilizado.
- 4- Para cada uma das questões, no cartão de respostas, são apresentadas 5 (cinco) alternativas classificadas com as letras: **(A), (B), (C), (D) e (E)**. Você só deve assinalar uma **única resposta**, a que você julgar correta.
- 5- A maneira correta de marcar as respostas no cartão é preencher, fortemente, com caneta esferográfica de tinta preta ou azul, o interior do quadrado correspondente à letra escolhida, sem ultrapassar os seus limites, conforme exemplo a seguir:



- 6- **A indicação de mais de uma alternativa anula a questão**, mesmo que uma das respostas esteja correta. A resposta em branco também será **anulada**. **Qualquer outra marcação**, por mais leve que seja, **em quadrícula diferente da alternativa escolhida, também anula sua questão**.
- 7- O tempo disponível para esta prova é de 3 (três) horas. Reserve 15 (quinze) minutos, antes do prazo de término da prova, para o preenchimento do cartão de respostas, a fim de evitar rasuras ou possíveis enganos.
- 8- A realização da **prova** é, estritamente, **individual**.
- 9- Ao terminar, entregue ao fiscal o cartão de respostas.

**BOA PROVA**

**GESTÃO ATUARIAL**

1 - Para que os resultados das avaliações atuariais das EFPC sejam representativos das características da massa de participantes, é importante que:

- (A) O custeio administrativo seja nulo.
- (B) A entidade faça auditorias de benefícios semestralmente.
- (C) O cadastro de dados seja de boa qualidade e consistente.
- (D) A entidade faça auditoria atuarial anualmente.
- (E) As hipóteses sejam determinadas exclusivamente pelos atuários.

2 - A Provisão Matemática calculada pro rata die, tomando por base as datas de início e fim de vigência do risco, no mês de constituição, é chamada de provisão:

- (A) De prêmios não ganhos.
- (B) Complementar de prêmios.
- (C) De insuficiência de prêmios.
- (D) De sinistros a liquidar.
- (E) De sinistros ocorridos e não avisados.

3 - O risco de provisão de sinistro, definido como sendo o risco de que as provisões constituídas por um segurador sejam inadequadas, é um tipo de risco:

- (A) De mercado.
- (B) De subscrição.
- (C) De liquidez.
- (D) De crédito.
- (E) Operacional.

4 - O prêmio puro acrescido do carregamento para as demais despesas da seguradora, incluída uma margem para o lucro, é chamado de prêmio:

- (A) De risco.
- (B) Mínimo.
- (C) Bruto.
- (D) Comercial.
- (E) *Net*.

RASCUNHO

5 - Uma companhia seguradora pretende lançar um novo produto no qual o segurado receberá R\$ 10.000,00 em caso de sinistro. A probabilidade de ocorrer o sinistro, por idade, é dada pela seguinte tabela:

Idade	45	50	55	60
Probabilidade	1,60%	3,40%	5,95%	10,80%

A comissão de venda da apólice é de R\$ 100,00 e as despesas da seguradora de R\$ 75,00.

O Atuário, considerando que o produto é novo e que a probabilidade pode ser baixa, resolveu adicionar uma margem de segurança de 1,05. O valor dos prêmios para cada uma das idades (45, 50, 55 e 60 anos, nesta ordem) é?

- (A) 343 532 800 1.309
- (B) 335 515 770 1.255
- (C) 260 440 695 1.180
- (D) 268 457 725 1.234
- (E) 352 541 809 1.318

6 - Qual das alternativas se refere ao risco de perdas patrimoniais em fundos de pensão decorrentes de crises financeiras generalizadas e ao instrumento mais adequado para a gestão desse tipo de risco?

- (A) Risco de Mercado e Instrumentos Derivativo.
- (B) Risco de Crédito e Análise de Crédito.
- (C) Risco de Liquidez e Código de Ética.
- (D) Risco Operacional e Segregação de Funções.
- (E) Risco Sistêmico e Formação de Reservas de Contingência.

7 - *“A principal tragédia do evento adverso de alto impacto e baixa probabilidade vem do desencontro entre o tempo necessário para compensar alguém e o tempo que uma pessoa precisa para sentir-se confortável com não estar fazendo uma aposta contra o evento raro. As pessoas têm um incentivo para apostar contra ele, ou para jogar com o sistema, já que podem receber um bônus refletindo seu desempenho anual, quando na verdade tudo que estão fazendo é produzir lucros ilusórios que perderão um dia. Na verdade, a tragédia do capitalismo é que, já que a qualidade dos retornos não é observável a partir de dados passados, proprietários de companhias, especificamente acionistas, podem ser enganados pelos gerentes que apresentam retornos e lucratividade cosmética mas que, na verdade, estão correndo riscos ocultos.”*

(A Lógica do Cisne Negro, de Nassim Taleb).

Qual é a ferramenta gerencial de risco que pode ajudar a prevenir a “tragédia” a que Nassim Taleb se refere?

- (A) Análise de rentabilidade acumulada dos ativos financeiros em relação a um benchmark.
- (B) Bonificação dos gestores de ativos que obtiveram maior lucratividade histórica.
- (C) Dispensa de gestores de ativos que apresentaram baixo retorno de ativos em relação aos demais.
- (D) Concentração de investimentos com gestores de ativos com alta rentabilidade histórica em suas aplicações.
- (E) Bonificação dos gestores de ativos com melhor desempenho em relação a medidas abrangentes do valor em risco associadas à sua carteira.

RASCUNHO

8 - Por meio de um método estatístico de estimação, o triângulo de sinistros ocorridos e não avisados foi devidamente completo. O triângulo de run-off abaixo está preenchido com os valores observados e também como os estimados pelo citado método. Qual o valor da provisão de IBNR ao final de 2014?

Ano de ocorrência	Tempo para aviso (anos)			
	1	2	3	4
2011	100	80	70	60
2012	110	85	71	62
2013	105	90	65	58
2014	109	80	70	59

- (A) 525
- (B) 318
- (C) 454
- (D) 394
- (E) 605

9 - Em um seguro de vida com cobertura de um ano, o prêmio puro cobrado pela seguradora é de R\$ 5.000,00. No entanto, há um carregamento de 10% para cobrir as despesas de comercialização, além do IOF de 0,38%. Sabendo que o valor da melhor estimativa da provisão é de R\$ 4.950,00, qual o valor do lucro esperado?

- (A) R\$ 50,00
- (B) R\$ 570,90
- (C) R\$ 605,55
- (D) R\$ 100,00
- (E) R\$ 626,67

10 - Em um plano de previdência aberta que garante aos seus participantes AT-49 Male com 6% de juros ao ano, a seguradora deve calcular a melhor estimativa do valor de sua provisão matemática usando as seguintes premissas:

- (A) Tábua de mortalidade contratual e taxa de juros de 6% a.a.
- (B) Estrutura a termo de taxa de juros na data de cálculo, tábua de mortalidade que reflita a mortalidade de sua massa segurada na data de cálculo e projeção de ganho de longevidade.
- (C) Estrutura a termo de taxa de juros na data de cálculo, tábua de mortalidade que reflita a mortalidade de sua massa segurada na data de cálculo.
- (D) Estrutura a termo de taxa de juros na data de cálculo e taxa de juros contratual.
- (E) Taxa de juros de 6% a.a., Tábua AT-2000 Male e projeção de ganho de longevidade.

RASCUNHO

**PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA**

11 - O número de acessos a uma determinada página da internet é modelado segundo um processo de Poisson com uma taxa média de 12 acessos por hora. Qual a probabilidade de a página ser acessada por exatamente três usuários entre 8:45h e 8:50h?

- (A)  $\frac{1}{2e}$
- (B)  $\frac{1}{3e}$
- (C)  $\frac{1}{4e}$
- (D)  $\frac{1}{6e}$
- (E)  $\frac{1}{12e}$

12 - Sejam X e Y duas variáveis aleatórias independentes tais que

$$P(X = n) = P(Y = n) = \frac{1}{2^n}, \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots$$

Seja  $W = \max(X, Y)$ .

Qual o valor de  $P(W = 2)$  ?

- (A)  $\frac{1}{16}$ .
- (B)  $\frac{1}{8}$ .
- (C)  $\frac{1}{4}$ .
- (D)  $\frac{5}{16}$ .
- (E)  $\frac{9}{16}$ .

RASCUNHO

13 - Duas variáveis aleatórias de interesse,  $X$  e  $Y$ , são tais que a variância de  $X$  é 8, a variância de  $Y$  é 2 e a variância de  $X - Y$  é 6. Qual o valor do coeficiente de correlação entre  $X$  e  $Y$ ?

- (A)  $-\frac{1}{2}$
- (B)  $-\frac{3}{4}$
- (C) 0
- (D)  $\frac{1}{2}$
- (E)  $\frac{3}{4}$

14 - Sejam  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  três variáveis aleatórias, tais que  $Var(X) = 2$ ,  $Var(Y) = 1$ ,  $Var(Z) = 2$ ,  $Cov(X, Y) = -1$ ,  $Cov(X, Z) = 1$  e  $Cov(Y, Z) = -1$ . Defina a variável aleatória  $W = -3X + 2Y - 3Z + 2$ . Qual o valor da variância da variável aleatória  $W$ ?

- (A) 0
- (B) 22.
- (C) 40
- (D) 82
- (E) 84

15 - Um determinado componente tem a vida útil (em horas) regida pela distribuição exponencial com média  $\mu$  horas. Qual a probabilidade de um dado componente atender à demanda de  $\mu$  horas?

- (A)  $e^{-1}$
- (B)  $\frac{1}{2}$
- (C)  $e^{-\mu^2}$
- (D)  $e^{-\mu}$
- (E)  $e^{-1/2}$

RASCUNHO

16 - Seja X uma variável aleatória contínua com função de densidade de probabilidade dada pela função polinomial de segundo grau abaixo

$$f(x) = \begin{cases} \beta x(2-x), & \text{se } 0 < x < 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

com  $\beta >$  uma constante. Qual o valor da constante  $\beta$ ?

- (A)  $\frac{3}{4}$
- (B)  $\frac{1}{4}$
- (C) 1
- (D)  $\frac{1}{2}$
- (E) 2

17 - Seja X uma variável com distribuição Binomial com média 3 e desvio padrão  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . Qual a probabilidade de se obter exatamente um sucesso na amostra?

- (A)  $\frac{27}{128}$
- (B)  $\frac{9}{256}$
- (C)  $\frac{1}{12} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2$
- (D)  $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2$
- (E)  $\frac{3}{64}$

18 - Sejam A e B dois eventos quaisquer pertencentes ao mesmo espaço amostral. Considere que as probabilidades  $P(A)$  e  $P(B)$  são diferentes de zero e que a probabilidade da interseção entre eles  $P(A \cap B)$  é também diferente de zero. A probabilidade condicional de B dado que A ocorre, isto é,  $P(B|A)$  é calculada pela fórmula

- (A)  $P(B|A) = P(A \cap B) \cdot P(A)$
- (B)  $P(B|A) = P(A \cap B) / P(A)$
- (C)  $P(B|A) = P(A \cap B) / P(B)$
- (D)  $P(B|A) = P(A \cap B) \cdot P(A)P(B)$
- (E)  $P(B|A) = P(A \cap B) / P(A)P(B)$

RASCUNHO

19 - Seja  $X$  uma característica de interesse de uma população modelada por função de densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 e^{-x^3} & x \geq 0 \\ \text{o caso contrário} & \end{cases}$$

A mediana desta característica nesta população é dada por:

- (A)  $\sqrt{\ln 2}$
- (B)  $3 \ln 2$
- (C)  $\sqrt[3]{\ln 2}$
- (D)  $\ln 2$
- (E)  $\ln \sqrt[3]{2}$

20 - Considere dois possíveis cenários para um dado investimento a um horizonte mensal: um otimista e outro pessimista. A chance do cenário otimista se concretizar é de 70% e a do pessimista 30%. Em se concretizando o cenário otimista, a taxa de juros  $R$  mensal deste investimento segue um distribuição uniforme sobre o intervalo  $[0.1, 0.4]$ . Entretanto se o cenário pessimista se concretizar, a taxa de juros mensal desse investimento segue uma distribuição exponencialmente distribuída com parâmetro 8. Aplicando uma quantia de R\$2000,00 neste investimento, qual o seu montante esperado ao cabo de um mês?

- (A) R\$2.275,00
- (B) R\$2.235,50
- (C) R\$2.325,00
- (D) R\$2.375,50
- (E) R\$2.425,00

RASCUNHO

**MODELAGEM ESTATÍSTICA**

21 - Uma população tem distribuição regida pela função de densidade de probabilidade dada por

$$f(x|\beta) = \begin{cases} \frac{\beta \cdot 2^\beta}{x^{\beta+1}}, & \text{se } x \geq 2 \\ 0, & \text{se } x < 2 \end{cases}$$

com  $\beta > 0$  um parâmetro desconhecido. Uma amostra de tamanho 3 é selecionada, obtendo os valores 2, 3 e 3. À luz da mostra obtida, qual a estimativa de máxima verossimilhança para  $\beta$ ?

- (A)  $\frac{8}{3}$
- (B)  $\frac{3}{\ln(9/4)}$
- (C)  $\frac{8}{\ln 18}$
- (D)  $\frac{3}{\ln 8}$
- (E)  $3\sqrt{2}$

22 - Com o objetivo de se estimar a média desconhecida de uma população normalmente distribuída foi selecionada uma amostra de tamanho 100. A um nível de significância de 5% a estimativa intervalar gerou um erro de 1,5. Quantos elementos a mais deveriam ser incorporados à amostra, se desejássemos um erro máximo de estimativa de 1,0 em torno do valor da média, mantendo-se o mesmo nível de significância?

- (A) 50
- (B) 75
- (C) 100
- (D) 125
- (E) 200

23 - Para se produzir uma estimativa com 90% de confiança para o verdadeiro valor médio populacional de consultas médicas em 1000 consultórios de uma região do Brasil, com erro máximo de R\$ 1,00, sabendo-se que o desvio-padrão das consultas é de R\$ 10,00, foi determinada uma amostra de 215 consultórios. Caso o erro máximo admissível para a estimativa do preço médio pudesse ser igual ao dobro do enunciado acima, isso resultaria em uma amostra:

- (A) Igual à metade da amostra determinada no enunciado.
- (B) Igual a 64.
- (C) Igual ao dobro da amostra determinada no enunciado.
- (D) Igual a 374.
- (E) Do mesmo tamanho daquela do enunciado.

RASCUNHO

24 - Para testar a uniformidade de cinco novos geradores de números aleatórios um pesquisador gerou para cada um deles uma grande quantidade ( $n = 100.000$ ) de números reais no intervalo contínuo  $[0,6)$ . Em seguida calculou a média e o desvio padrão para cada uma das séries geradas. Assinale a alternativa que contém, respectivamente, a média e o desvio padrão do gerador mais condizente com o conceito de uniformidade.

- (A) 3,02 e 1,73
- (B) 1,64 e 0,58
- (C) 12,09 e 10,76
- (D) 1,37 e 0,35
- (E) 1,99 e 0,86

25 - Um grande conjunto de apólices de seguro de vida inteira possui a seguinte característica: o valor presente da indenização a ser paga na apólice  $i$  é uma variável aleatória  $X_i$  com média  $\mu = 100$  e desvio padrão  $\sigma = 100$ . Suponha que existam  $n = 20.000$  apólices independentes e que um atuário vá usar o Teorema Central do Limite para calcular um prêmio carregado  $P = 100(1 + \theta)$  de tal forma que a probabilidade de se ter uma perda positiva seja igual a 0,01. Seja  $z(1 - \alpha)$  o quantil da distribuição normal padronizada (isto é,  $P(Z > z(1 - \alpha)) = \alpha$ ). Então,  $\theta$  é igual a:

- (A)  $2,33 / \sqrt{20.000}$
- (B)  $2,57 / \sqrt{20.000}$
- (C)  $\sqrt{20.000} / 2,57$
- (D)  $1,96 * 100 / \sqrt{20.000}$
- (E)  $1,96 / \sqrt{20.000 * 100}$

26 - Um atuário está precificando um seguro para uma máquina industrial de grande porte. Sabe-se que o tempo de vida  $X$  da máquina possui um desgaste tal que  $P(X > x + t | X > x) = P(X > t)$  para  $x$  e  $t$  positivos e reais. A distribuição que o atuário deve usar para  $X$ , dentre as listadas a seguir, é a:

- (A) Normal
- (B) Exponencial
- (C) Gama
- (D) Poisson
- (E) Weibul

RASCUNHO

27 - Um analista de seguros gostaria de estudar o valor do gasto com reparos em automóveis através de um modelo de regressão linear simples e possui duas candidatas à variável explicativa: a idade do automóvel (modelo 1) e o valor de mercado do automóvel (modelo 2). Utilizando dados de uma amostra de 17 automóveis, o analista ajustou dois modelos de regressão linear simples, cujas tabelas de análise de variância são apresentadas a seguir.

Modelo 1

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Médio
Idade	3.274,3	1	3.274,3
Erro	304,7	15	20,3
Total	3.579,0	16	

Modelo 2

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Médio
Valor	2.818,64	1	2.818,64
Erro	760,36	15	50,69
Total	3.579,0	16	

Nessas condições, é correto afirmar que:

- (A) o modelo 1 é o que explica a maior parte da variabilidade do gasto com reparos de automóvel.
- (B) o modelo 2 é o que explica a maior parte da variabilidade do gasto com reparos de automóvel.
- (C) ambos os modelos explicam a mesma proporção da variabilidade como gasto de automóveis.
- (D) o modelo 1 tem a maior estimativa para a variabilidade do erro.
- (E) ambos os modelos têm a mesma estimativa para a variabilidade do erro.

28 - Consideremos que as pessoas chegam ao banco seguindo um processo de Poisson homogêneo com parâmetro 4. O banco tem somente um caixa e o tempo de atendimento do caixa tem distribuição exponencial de média  $1/3$ . Suponha que o tempo de atendimento e o processo de chegadas ao banco sejam independentes e que o caixa esteja vazio. Uma pessoa acaba de chegar ao banco e começa seu atendimento. Calcular a probabilidade de esta pessoa terminar seu atendimento antes de chegar outro cliente ao banco precisando usar o caixa.

- (A) 0,142
- (B) 0,285
- (C) 0,428
- (D) 0,571
- (E) 0,714

RASCUNHO

29 - Duas pessoas marcam um encontro entre 12:00 e 13:00 horas num lugar determinado. Cada uma delas chega em instantes aleatórios distribuídos uniformemente e os tempos de chegada podem ser considerados independentes. Determine a probabilidade de que o tempo de espera seja de no mínimo 30 minutos.

- (A) 0,39
- (B) 0,45
- (C) 0,30
- (D) 0,25
- (E) 0,40

30 - Sejam  $X$  e  $Y$  variáveis aleatórias discretas independentes com distribuição de Poisson com parâmetros 2 e 3 respectivamente. Calcular esperança da variável  $X$  condicionado a que a soma dos valores das variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  é 10.

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 5
- (E) 4

RASCUNHO



